

ANALOGIA MECCANICA

Carlo Vignali, I4VIL

Un impulso meccanico sia prodotto ad un estremo di una fune: la deformazione viaggia lungo la fune indipendentemente da come questa sia terminata (l'impulso che viaggia lungo la fune "non conosce" come questa sarà terminata).

L'energia che viaggia lungo la fune può essere dissipata (per attrito) o essere utilizzata al carico per compiere un lavoro.

Si presentano vari casi:

a) la fune è terminata su un sostegno fisso. L'energia dell'onda arrivando al sostegno fisso non può compiere lavoro (il sostegno fisso non si sposta !) e può solo essere riflessa. Nel momento della sovrapposizione delle due onde (diretta e riflessa) occorre che, in ogni istante, la loro somma sia sempre nulla (il punto terminale non si sposta !). Questo è possibile se l'onda riflessa è sfasata di 180° rispetto all'onda incidente.

b) Se la fune è libera ad un estremo (sostenuta in modo "soffice" da un elastico, per esempio, questa è libera di muoversi alla estremità "aperta", ma ancora non può fare lavoro (non c'è nessun carico !).

Ancora l'energia deve tornare indietro con un'onda riflessa che ha ora la stessa fase dell'onda incidente.

Nel momento di sovrapposizione all'estremità delle due onde (questo impulso ha una certa durata e una sua estensione lungo la corda) si ha uno spostamento doppio della fune

c) Se la terminazione della corda è in un mezzo docile, che si lascia deformare, l'onda in arrivo può trasferire l'energia che trasporta compiendo un lavoro.

Poca o nessuna riflessione sarà presente in questo caso (matched condition).

L'analogia con il circuito elettrico è immediata.

Le terminazioni in corto circuito o aperte non dissipano energia.

La terminazione in corto circuito deve avere sempre tensione nulla anche se in presenza di due onde che si propagano in verso opposto (possibile solo con sfasamento di 180°).

La terminazione aperta, quando arriva l'onda incidente, manifesterà una tensione doppia perchè attraversata anche dall'onda riflessa che ha la stessa fase. E' come se, in quel momento, si fosse di fronte al generatore "aperto", non terminato.

Se, invece, il cavo ha un carico, parte o tutta l'energia che trasporta viene qui dissipata.

Se c'è un disadattamento di impedenza si avrà ancora un'onda riflessa (di ampiezza tanto più grande quanto più grande è il salto di impedenza) e di fase :

a) se $Z_L < Z_0$ l'onda riflessa è sfasata di 180°

b) se $Z_L > Z_0$ l'onda riflessa è in fase con l'onda diretta

Esempi:

Nel caso di **linea ideale di impedenza caratteristica Z_0 terminata con corto circuito**, l'impedenza vista all'ingresso della linea è:

$$Z_L=0 \quad Z_i = j Z_0 \tan \beta l$$

dove: $\beta = 2\pi/\lambda$

l = distanza dalla terminazione

L'impedenza d'ingresso è immaginaria pura, non dissipativa.

Il valore dell'impedenza d'ingresso cambia con la lunghezza della linea e può essere di segno + o - (capacitiva o induttiva).

Si presentano alcune situazioni interessanti:

l	βl	$\tan \beta l$	Z_i
$\lambda/8$	$\pi/4$	1	$j Z_0$
$\lambda/4$	$\pi/2$	∞	$j \infty$
$3\lambda/8$	$3\pi/4$	-1	$-j Z_0$
$\lambda/2$	π	0	0

Linea chiusa in corto circuito

a) Nel caso di linea lunga $\lambda/2$, chiusa in corto circuito, l'impedenza d'ingresso è zero, qualunque sia l'impedenza caratteristica della linea. E' caso particolare della regola generale che vuole il ripetersi degli stessi valori di impedenza a distanza di $\lambda/2$ lungo la linea.

b) Se la linea è lunga $\lambda/4$, l'impedenza d'ingresso è infinita. Può essere molto utile per mettere le antenne metallicamente a terra e proteggere la discesa da scariche elettriche atmosferiche.

Può essere utilizzata come filtro di reiezione delle armoniche pari. Messa in parallelo all'uscita del trasmettitore è influente alla frequenza di lavoro f (essendo lunga $\lambda/4$), ma a $2f$ è lunga $\lambda/2$ e si presenta, quindi, come un corto circuito. Analogamente per tutte le armoniche pari. Le armoniche dispari sono, invece, indisturbate dalla presenza della linea.

c) Una linea lunga meno di $\lambda/4$ chiusa in corto circuito presenta,

all'ingresso un valore induttivo presentando tutti i valori da zero a infinito, secondo la sua lunghezza.

Se $l = \lambda/8$, l'impedenza d'ingresso è jZ_0 ($j50$ ohm, se l'impedenza caratteristica della linea è 50 ohm).

Può essere utile, per esempio, come stub per migliorare il ROS in una linea.

Può essere utilizzata per un carico fittizio di valore noto; è importante per tarare le protezioni di un trasmettitore per eccessivo ROS. Infatti, mettendo in parallelo ad un carico fittizio di 50 ohm una linea in corto circuito lunga 0.114λ si ottiene un VSWR di 3. Con linea lunga 0.152λ il VSWR diviene 2, etc.

Nel caso di **linea ideale aperta ad una estremità**, si ha :

$$Z_L = \infty \quad Z_i = Z_0 / j \tan \beta l = -j \cot \beta l$$

L'impedenza d'ingresso è puramente immaginaria, quindi non dissipativa.

Il valore dell'impedenza d'ingresso cambia con la lunghezza della linea; si ripetono le stesse condizioni della linea ideale in corto circuito per lunghezze di linea spostate di $\lambda/4$.

Anche in questo caso ci sono situazioni caratteristiche particolari:

l	βl	$\cot \beta l$	Z_i
$\lambda/8$	$\pi/4$	1	$-j Z_0$
$\lambda/4$	$\pi/2$	0	0
$3\lambda/8$	$3\pi/4$	-1	$j Z_0$
$\lambda/2$	π	∞	$-j \infty$

Linea aperta ad un estremo

E' evidente il caso singolare di una linea aperta lunga $\lambda/4$ posta in parallelo al carico. Viene vista proprio come un corto circuito ($Z_i = 0$) con VSWR in linea che diventa infinito. Tutto questo senza alcuna dissipazione d'energia, se linea ideale.

La più semplice linea di trasmissione è il familiare doppino consistente in due fili separati da distanza uniforme.

Se, come spesso accade, la distanza tra i fili è molto inferiore alla lunghezza d'onda l'effetto su di un filo provocato dalla variazione di corrente sul filo adiacente può considerarsi istantaneo.

Il secondo filo è percorso da una corrente in verso opposto (Legge di Lenz) e la radiazione della coppia di fili è globalmente nulla.

[Filo percorso da corrente variabile irraggia !].

Vi sono linee a 4 fili posti ai vertici di un quadrato, i fili diagonalmente opposti sono collegati insieme.

Questo tipo di linea ha un minor campo esterno rispetto alla semplice linea bifilare e, pertanto, risente di meno della presenza di oggetti nelle vicinanze che potrebbero sbilanciare le correnti nei fili.

Il cavo coassiale consiste di due conduttori cilindrici, coassiali, separati da un isolante. Non ha praticamente campo esterno, se usato correttamente.

IMPEDENZA CARATTERISTICA

La quantità:

$$Z_0 = \frac{\sqrt{R+j\omega L}}{\sqrt{G+j\omega C}}$$

dove: $R+j\omega L$ è l'impedenza serie per unità di lunghezza
 $G+j\omega C$ è l'ammettenza per unità di lunghezza

è chiamata impedenza caratteristica.

Se le perdite sono limitate, con buona approssimazione si ha:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \left[1 + j \left(\frac{G}{2\omega C} - \frac{R}{2\omega L} \right) \right]$$

Se la linea è ideale, senza perdite, si ha:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

dove: L e C sono induttanza e capacità per unità di lunghezza

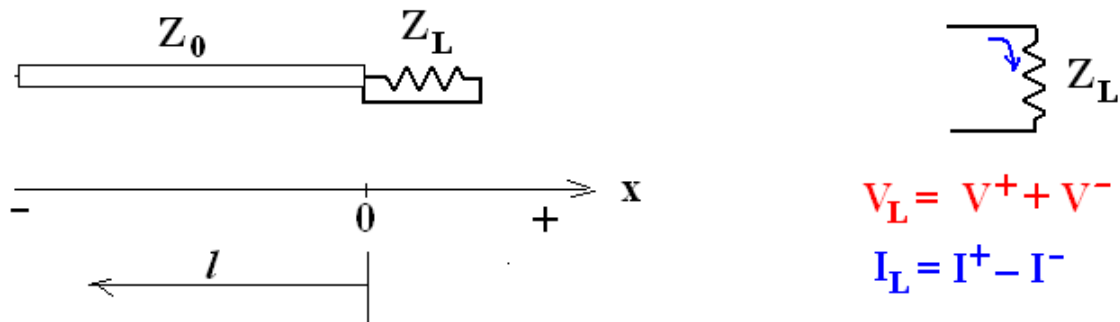
Siccome sia l'induttanza sia la capacità dipendono dalle dimensioni e dalla distribuzione dei conduttori, anche la Z_0 dipende dalle caratteristiche fisiche dei conduttori e del mezzo.

Microstrip, stripline, etc.. mostrano dipendenza anche dalla frequenza di lavoro.

c) caso generale: linea di impedenza caratteristica Z_0 terminata su un carico generic Z_L .

Se un'onda di tensione $V^+ e^{-j\beta x}$ con una corrente associata $I^+ e^{-j\beta x}$ è incidente sulla terminazione Z_L , in genere, è presente anche un'onda riflessa di tensione $V^- e^{+j\beta x}$ con una corrente associate $-I^- e^{+j\beta x}$

Il rapporto tra le onde incidenti e riflesse è in funzione del coefficient di riflessione ovvero dal valore di Z_L .



Il carico Z_L è posto nell'origine $x=0$.
Sul carico si ha:

$$\begin{aligned} V_L &= V^+ + V^- \\ I_L &= I^+ - I^- \end{aligned} \quad Z_L = \frac{V_L}{I_L}$$

Ma:

$$V^+ + V^- = V_L$$

$$V^+ - V^- = \frac{Z_0}{Z_L} V_L$$

Il rapporto tra V^- e V^+ è il coefficiente di riflessione in tensione al carico:

$$\Gamma_L = \frac{V^-}{V^+}$$

Le precedenti si possono scrivere:

$$\begin{aligned} V^+ + (V^+ \cdot \Gamma_L) &= V_L \\ V^+ - (V^+ \cdot \Gamma_L) &= \frac{Z_0}{Z_L} V_L \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} V^+ (1 + \Gamma_L) &= V_L \\ V^+ (1 - \Gamma_L) &= \frac{Z_0}{Z_L} V_L \end{aligned}$$

da cui si ottiene:

$$\frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L} = z_L \quad \text{dove: } Z_L = \text{impedenza normalizzata, al carico.}$$

Il coefficiente di riflessione , al carico, diviene:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{z_L - 1}{z_L + 1}$$

In assenza di riflessione, la tensione lungo la linea è costante ed uguale a $|V^+|$.

Quando è presente un'onda riflessa, l'onda incidente e l'onda riflessa interferiscono e producono un pattern di onde stazionarie.

La tensione lungo la linea diviene:

$$V = V^+ e^{-j\beta x} + \Gamma_L V^+ e^{+j\beta x}$$

L'ampiezza lungo la linea è:

$$\begin{aligned} |V| &= |V^+| |1 + \Gamma_L e^{+j2\beta x}| \\ &= |V^+| |1 + \Gamma_L e^{-j2\beta l}| \end{aligned}$$

L'impedenza cambia lungo la linea:

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma l)} \quad \begin{array}{l} \text{con } \gamma = \alpha + j\beta \\ \text{(costante di propagazione)} \end{array}$$

Se la linea non è dissipativa ($\alpha = 0$):

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(j\beta l)}{Z_0 + Z_L \tanh(j\beta l)}$$

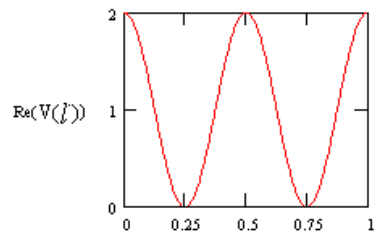
$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + j Z_L \tan(\beta l)}$$

LINEA APERTA AD UN ESTREMO

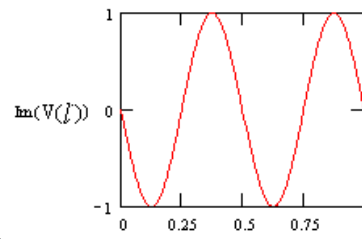
tensione lungo la linea , in funzione della distanza l dall'estremo aperto.

LINEA SENZA PERDITE

$$V(l) = V_f \left(1 + \Gamma \cdot e^{-j2\beta l} \right)$$



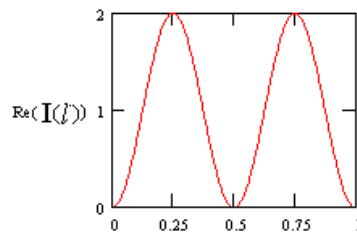
lambda



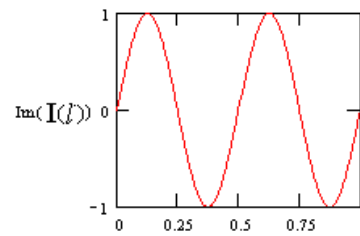
lambda

corrente lungo la linea :

$$I(l) = \frac{V_f}{Z_0} \left(1 - \Gamma \cdot e^{-j2\beta l} \right)$$



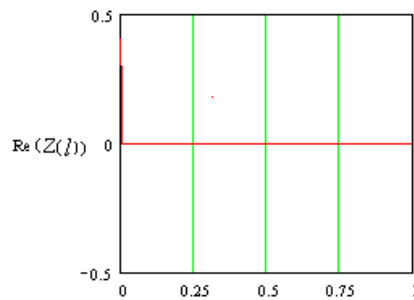
lambda



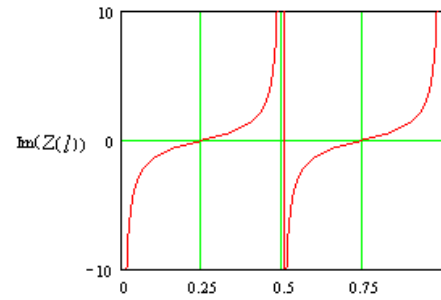
lambda

Impedenza (normalizzata) lungo la linea :

$$Z(l) = \frac{V(l)}{I(l)}$$



lambda



lambda

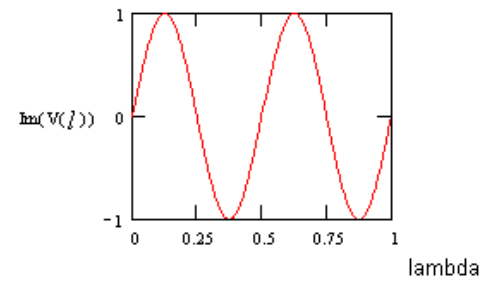
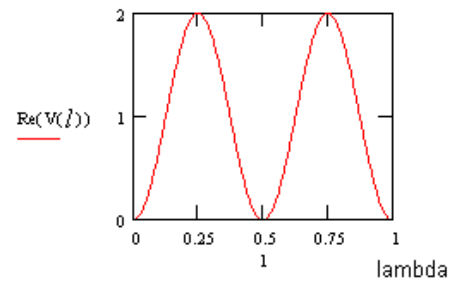
La parte reattiva ha segno negativo (reattanza capacitiva) per distanze l minori di $\lambda/4$,
 ha segno positivo (reattanza induttiva) per distanza $\lambda/4 < l < \lambda/2$.
 Il ciclo si ripete con periodo $\lambda/2$.

LINEA IN CORTO AD UN ESTREMO

tensione lungo la linea , in funzione della distanza l dall'estremo in corto circuito.

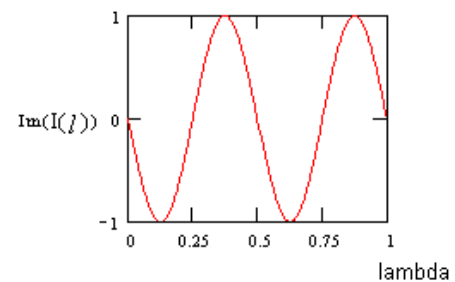
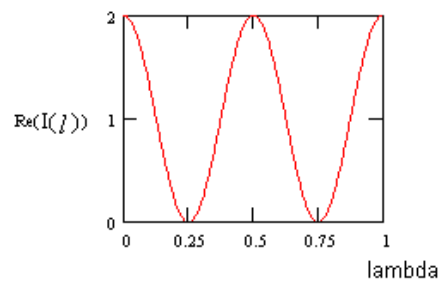
LINEA SENZA PERDITE

$$V(l) = V_f \left(1 + \Gamma \cdot e^{-j2\beta l} \right)$$



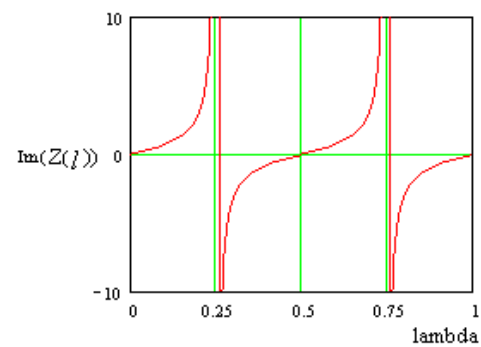
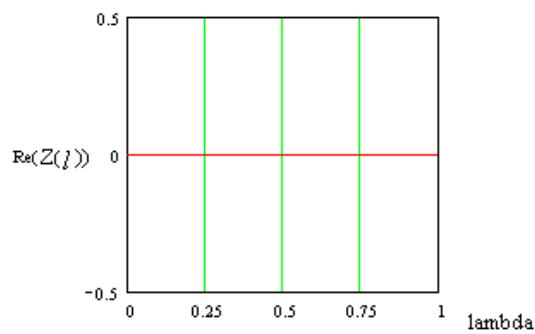
corrente lungo la linea :

$$I(l) = \frac{V_f}{Z_0} \left(1 - \Gamma \cdot e^{-j2\beta l} \right)$$



Impedenza (normalizzata) lungo la linea :

$$Z(l) = \frac{V(l)}{I(l)}$$



La parte reattiva ha segno positivo (reattanza induttiva) per distanze l minori di $\lambda/4$, ha segno negativo (reattanza capacitiva) per distanza $\lambda/4 < l < \lambda/2$.
Il ciclo si ripete con periodo $\lambda/2$.

VSWR

Il rapporto VSWR è indicativo del disadattamento tra impedenza caratteristica della linea di alimentazione ed il carico.

Il VSWR è legato ad altre grandezze: il coefficiente di riflessione Γ ovvero il suo modulo $|\Gamma|$, il return Loss RL (grandezza espresso in dB), la Potenza diretta e riflessa, ecc..

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{|Z_L + Z_0| + |Z_L - Z_0|}{|Z_L + Z_0| - |Z_L - Z_0|}$$

$$|\Gamma| = \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| = 10^{-\frac{RL}{20}} = \frac{|V_r|}{|V_d|} = \sqrt{\frac{P_r}{P_d}}$$

COSTANTE DI PROPAGAZIONE

La quantità:

$$\gamma = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$$

è chiamata Costante di propagazione ed è costituita da una parte reale ed una immaginaria:

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

dove: α = costante di attenuazione [Np/m]

β = costante di fase [rad/m]